

## فصل هشتم - مدل سازی سیستم

### ۸- مدل سازی سیستم

#### ۸-۱- مدل سازی میدان باد

جو زمین مجموعه ای از گازهای مختلف است که تحت تاثیر نیروی جاذبه، اطراف کره زمین را احاطه نموده است. وزن کلی جو زمین حدود ۵۶۰۰ میلیارد تن می باشد. بطور خلاصه فشار هوا عبارتست از نیرویی که توسط توده اتمها و ملکولهای تشکیل دهنده جو، بر واحد سطح زمین وارد می گردد. فشار هوا در کنار دریای آزاد برابر  $۲۹/۹$  اینچ جیوه است که معادل با ستونی از آب به ارتفاع ۳۴ فوت و  $۱۰/۳۳$  متر می باشد ( آزمایش تریچلی ). فشار هوا با افزایش ارتفاع کاهش می یابد. در قسمت پایین جو میزان متوسط کاهش فشار هوا برابر است با یک اینچ جیوه به ازاء هر ۱۰۰ فوت افزایش ارتفاع که برابر با یک سانتیمتر جیوه یا  $۱۳/۳$  میلی بار بازاء هر صد متر می باشد. این تغییر فشار را گرادیان عمودی فشار می نامند. اگر در سطح دریای آزاد آزمایش تریچلی برای مواقع مختلف انجام گیرد، ارتفاع ستون جیوه ثابت نخواهد بود، این موضوع نشان دهنده این حقیقت است که فشار حتی در سطح دریای آزاد هم ثابت نیست.

اختلاف فشار جو به علت اختلاف درجه حرارت هوا و اختلاف در مقدار بخار آب موجود در آن می باشد، هنگامی که بخار آب وارد هوا می شود، ملکولهای آب جایگزین ملکولهای

سنگین تر اکسیژن و یا نیتروژن می گردند (وزن ملکولی اکسیژن برابر ۳۲ و نیتروژن برابر ۲۸ و وزن مولکولی بخار آب ۱۸ است). هر چقدر مقدار آب موجود در هوا افزایش یابد، هوا سبکتر شده و فشارش کمتر خواهد شد.

هنگامی که هوا گرم و منبسط شود، از تعداد مولکولهای موجود در واحد توده هوا کاسته شده و فشار هوا نیز کم می شود. نتیجه گرم شدن غیر یکنواخت سطح زمین تغییر درجه حرارت هوای بالای آن خواهد بود. این پدیده یا بعلت طبیعت سطحی است که حرارت می گیرد و یا بدلیل زاویه تابش خورشید نسبت به آن سطح می باشد. اختلاف درجه حرارت هوا باعث اختلاف فشار و اختلاف فشار هوا نیز سبب حرکت توده های هوا می گردد. حرکت هوا به موازات و نزدیک سطح زمین را باد می گویند.

#### - حرکت هوا :

حرکت هوا را می توان به دو نوع تقسیم کرد، حرکت عمودی و حرکت افقی. حرکتهای عمودی هوا را "جریان هوا" و حرکتهای افقی هوا را که به موازات و نزدیک سطح زمین انجام می گیرند، را "باد" می نامند. هر نوع حرکت هوا، یعنی جریان هوا و باد، نتایج حاصل از اختلاف فشار است که خود بر اثر اختلاف درجه حرارت میان دو نقطه ایجاد می شود. در حرکت عمودی هوا (جریان هوا) هوای سرد با چگالی بیشتر، هوای گرمتر و سبکتر از خود را مجبور به صعود می نماید.

علاوه بر حالت فوق حرکت عمودی هوا می تواند با ریزش هوای سرد بر روی یک منطقه ایجاد گردد، بطور کلی می توان گفت، حرکتهای عمودی هوا، صعودی یا نزولی هستند. بعلت

ناچیز بودن حرکت عمودی در مقابل حرکت افقی، ممکن است در مطالعات کلی از آن صرفنظر گردد.

اختلاف درجه حرارت میان خشکی و آب باعث اختلاف فشار هوا می گردد. از آنجائیکه زمین سریعتر از آب گرم می شود، هوای مجاور خشکی سریعتر و بیشتر از هوای فوقانی آن گرم می گردد و بنابر این صعود می کند و هوای سردی که از سمت آب می آید، جایگزین آن می گردد و در حقیقت جریان هوا از یک ناحیه پر فشار بسوی ناحیه ای کم فشار بر قرار می گردد. صعود توده های هوا که بر اثر جریان حرارتی محل انجام می گردد (ترمال) نامیده می شود.

حرکت افقی هوا را که بر اثر اختلاف فشار بوجود می آید باد نامیدیم، این اختلاف فشار بعلت اختلاف درجه حرارت دو ناحیه مجاور می باشد که خود تحت تاثیر گرم شدن غیر یکنواخت این ناحیه بوجود می آید. یک چنین حرکتی تمایل به یکسان نمودن درجه حرارت، فشار و رطوبت در یک سطح افقی دارد، اگر چه بعلت بوجود آمدن مداوم و پیوسته اختلاف، این تساوی هیچگاه حاصل نمی گردد.

حرکت هوا در ارتفاعات پائین بشدت تحت تاثیر اصطکاک با سطح زیرین و نیز در صورت گرمتر بودن زمین از هوای فوقانی، تحت تاثیر جریانات جابجایی حرارتی می باشد. این عوامل سبب می شود تا جریان هموار و آرام هوا که در ارتفاعات بالا وجود دارد، در سطح زمین تبدیل به حالت مغشوش گردد.

اغتشاش هوا با افزایش ناهمواریهای زمین و شدت اختلاف درجه حرارت میان سطح گرمتر

و هوای فوقانی افزایش می یابد، علاوه بر این افزایش سرعت باد هم عاملی برای ازدیاد اغتشاش است.

- گرادیان افقی فشار :

مقدار تغییرات فشار هوا میان دو محل مختلف را که دارای ارتفاع یکسانی هستند، گرادیان افقی فشار می نامند. سرعت و جهت اولیه باد را گرادیان فشار تعیین می کند. هر چقدر شیب گرادیان فشار بیشتر باشد، نیروی وارد بر هوا بیشتر خواهد بود که نتیجه آن سرعت بیشتر باد است. در واقع باید گفت که اختلاف فشار بیشتر دو محل موجب می گردد، جریان هوا با سرعت بیشتری از محل پر فشار بسوی محل کم فشار حرکت درآید. جهت اولیه باد موازی با این گرادیان فشار و عمود بر ایزوبارها (خطوط هم فشار) است. با شروع حرکت باد، یک نیروی انحرافی وارد عمل شده و سبب تغییر مسیر باد می گردد.

- نیروی اصطکاک :

حرکت هوا، نظیر کلیه سیالات، تحت تاثیر سطحی قرار می گیرد که بر روی آن در جریان است. باد در نزدیک سطحی که بر روی آن جریان دارد، سرعتی کمتر از ارتفاعات بالاتر خواهد داشت. هرچقدر که ناهمواریهای سطحی بیشتر باشند، از سرعت باد هم کاسته می گردد. با افزایش ارتفاع لایه های مختلف جریانات هوا سرعت باد افزایش می یابد، بطوریکه در حدود ارتفاع دو هزار فوتی اثر اصطکاک ناچیز خواهد بود.

- نیروی گریز از مرکز :

هرگاه یک ذره هوا حول محوری حرکت دورانی داشته باشد و یا بعبارت دیگر اگر ذرات هوا در سلولهای بسته دایره وار حرکت کنند، علاوه بر سایر نیروها، نیروی گریز از مرکز هم بر آنها اثر خواهد نمود.

- دوران زمین :

دوران زمین تاثیر اساسی و عمده ای در تغییر و انحراف جهت باد دارد. این انحراف را اثر کریولیس می نامند.

### ۱-۱-۸ - اصولی از دینامیک سیالات اتمسفر

دستگاه مختصاتی را در نظر بگیرید که مبدا آن ساکن است، اما با سرعت زاویه ای ثابت

$\vec{\Omega}$  در حال دوران می باشد. اگر یک ذره با شتاب  $\vec{a}_{rel}$  و سرعت  $\vec{v}_{rel}$  نسبت به این دستگاه

حرکت کند، آنگاه شتاب مطلق آن از رابطه (۸-۱) بدست می آید [Sutton, ۱۹۵۳]:

$$\vec{a}_{abs} = \vec{a}_{rel} + \underbrace{\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})}_{\text{شتاب جانب به مرکز}} + \underbrace{2 \vec{\Omega} \times \vec{v}_{rel}}_{\text{شتاب کریولیس}} \quad (8-1)$$

شکل برداری معادله اولر که برای حرکت سیال غیر لزج در دستگاه مختصات اینرسی بکار

می رود مطابق زیر است:

$$\frac{\overrightarrow{Dq}}{Dt} = -\frac{\overrightarrow{\nabla P}}{\rho} + \overrightarrow{f_m} \quad (۸-۲)$$

که در آن:

$\overrightarrow{\nabla P}$ : گرادیان فشار

$\rho$ : دانسیته سیال که تابعی از زمان و مکان است.

$\overrightarrow{f_m}$ : نیروی جرمی که بر حسب مقدار بر واحد جرم سیال بیان می شود.

$\overrightarrow{q}$ : بردار سرعت ذره سیال

این معادله برای توصیف اولری میدان جریان بکار می رود، که در آن بردار سرعت به صورت تابعی از زمان و مکان بیان می شود. در توصیف لاگرانژی خواص یک ذره خاص (مثلاً سرعت آن) همانطور که ذره در فضا حرکت می کند، در نظر گرفته می شود. هم توصیف اولری و هم توصیف لاگرانژی برای مقاصد ما مفید می باشد. اما هم اکنون بیشتر تاکید ما بر روی توصیف اولری میدان جریان است.

اکنون می خواهیم رابطه (۸-۱) را برای ذره ای از هوا در اتمسفر زمین با استفاده از سیستم مختصات متصل به زمین دوار، بکار ببریم. ابتدا با استفاده از رابطه (۸-۲) شتاب مطلق ذره را بر حسب سه ترم موجود در این رابطه جایگزین می کنیم.

$$\frac{D\vec{q}}{Dt} = \frac{Dq_{rel}}{Dt} + \vec{\Omega} \times \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) + 2\vec{\Omega} \times \vec{v}_{rel}$$

$$\Rightarrow \frac{Dq_{rel}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \vec{f}_m - \vec{\Omega} \times \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) - 2\vec{\Omega} \times \vec{q}_{rel} \quad (8-3)$$

شتاب جاذبه زمین  $g(z, \Phi)$ ، در سطح زمین ترکیبی از شتاب ناشی از جاذبه نیوتنی و شتاب جانب به مرکز می باشد. این دو عبارت را می توان بصورت یک نیروی جرمی بقایی ترکیب نمود و با شکل  $-G(\nabla H)$  نشان داد، که در آن ارتفاع ژئوپتانسیل است. یعنی:

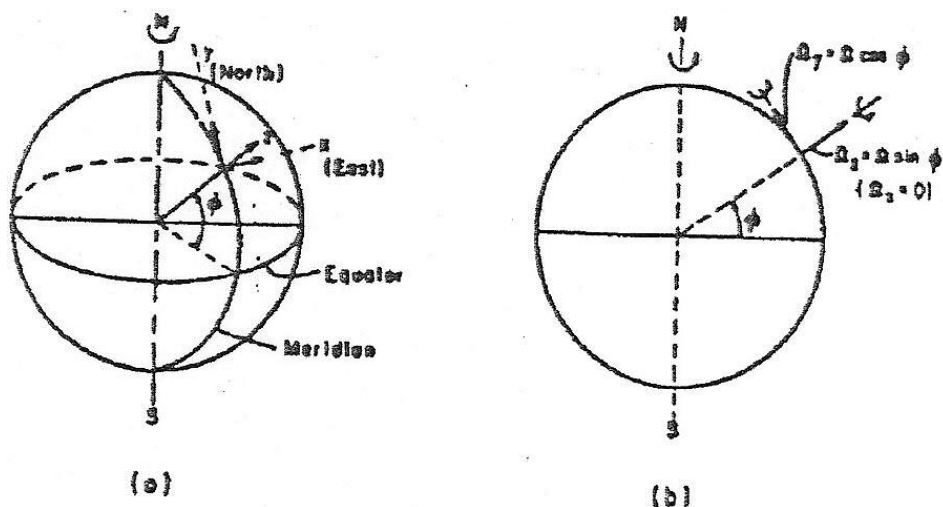
$$\vec{f}_m - \vec{\Omega} \times \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) = -G(\nabla H) = -\vec{g}(z, \Phi) \quad (8-4)$$

$$\Rightarrow \frac{Dq_{rel}}{Dt} = \frac{\nabla P}{\rho} - G\nabla H - 2\vec{\Omega} \times \vec{q}_{rel} \quad (8-5)$$

به منظور سادگی از این به بعد  $q_{rel}$  را با  $q$  نشان می دهیم:

$$\Rightarrow \frac{D\vec{q}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} - G\nabla H - 2\vec{\Omega} \times \vec{q} \quad (8-6)$$

رابطه فوق بیان می کند که شتاب یک ذره نسبت به زمین از اثر حاصل جمع سه نیروی جرمی حاصل می شود: نیروی ناشی از وجود گرادیان فشار، نیروی جرمی کنسرواتو ناشی از ترکیب اثر نیروی جاذبه نیوتن و شبهه نیروی جانب به مرکز، و بالاخره شبهه نیروی کریولیس که از سرعت ذره سیال در مختصات متحرک متصل به سطح زمین دوار ناشی می شود:



شکل (۸-۱): شتاب یک ذره نسبت به زمین

سیستم مختصات صفحه مماس یکی از سیستمهایی است که در هواشناسی کاربرد زیادی دارد. در این سیستم، مختصات کارتیزین بگونه ای قرار گرفته اند که مبدا مختصات در روی سطح زمین و محورهای  $x$  و  $y$  مماس بر سطح می باشند، بطوریکه محور  $x$  به سمت مشرق و محور  $y$  به سمت شمال باشد. چنانچه رابطه (۸-۶) بر حسب این سیستم مختصات نوشته شود:

$$\vec{\Omega} = \omega \hat{i} + \Omega \cos \phi \hat{j} + \Omega \sin \phi \hat{k}$$

$$\vec{\Omega} \times \vec{q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \omega & \Omega \cos \phi & \Omega \sin \phi \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

$$= (\Omega \omega w \cos \phi - \Omega \omega v \sin \phi) \hat{i} + (\Omega \omega u \sin \phi) \hat{j} - (\Omega \omega u \cos \phi) \hat{k}$$



عبارت  $2\Omega \sin\phi$  مورد استفاده زیادی دارد. بنابر این آنرا با  $f$  نشان داده و به آن

پارامتر کریولیس می گوئیم. از طرف دیگر:  $G(\vec{\nabla}H) = +g\hat{k}$  بنابر این:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + vf = w f \cotg g\phi \quad (\lambda-7a)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - u f \quad (\lambda-7b)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g + u f \cotg\phi \quad (\lambda-7c)$$

سرعت زاویه ای چرخش زمین، حاصل چرخش زمین به دور خود و همچنین چرخش زمین

به دور خورشید می باشد. سرعت زاویه ای چرخش زمین به دور خود عبارتست از:

$$\frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7/2722 \times 10^{-5} \text{ rad/Sec}$$

و سرعت زاویه چرخش زمین به دور خورشید عبارتست از:

$$\frac{2\pi}{24 \times 360 \times 365/25} = 1/991 \times 10^{-7} \text{ rad/Sec}$$

بنابر این سرعت کلی چرخش زمین  $7/2921 \times 10^{-5} \text{ rad/Sec}$  خواهد شد. برای نواحی با

عرض جغرافیایی میانی ( $\phi \approx 45^\circ$ ) خواهیم داشت:  $2\sin\phi \approx 1/4$  و بنابر این

$$f = 10^{-4} \text{ Sec}^{-1}$$

واضح است که پدیده های جوئی با مقیاس بزرگ را نمی توان با سیستم مختصات صفحه مماس توصیف نمود، زیرا در این سیستم نمی توان انحنای زمین را در نظر گرفت. در چنین حالاتی می بایست از سیستم مختصات کروی برای بیان رابطه (۸-۶) استفاده نمود. برای پدیده های با مقیاس متوسط می توان از سیستم مختصات صفحه مماس استفاده نمود، مشروط بر آنکه تغییرات پارامتر کریولیس،  $f$  با  $y$  در نظر گرفته شود. در تقریب صفحه  $\beta$

$$\text{داریم: } f = f_0 + \beta y \quad \text{که در آن: } \beta = \frac{\partial f}{\partial y}$$

در پدیده های با مقیاس کوچک که در اینجا مورد نظر ما می باشند، می توان  $f$  را ثابت فرض نمود.

معادله پیوستگی برای سیال تراکم پذیر بدون چشمه و چاه عبارتست از:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{\rho q}) = 0 \quad (8-8a)$$

و یا:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{vq} = 0 \quad (8-8b)$$

حالتهای خاص این معادله مطابق زیر است:

۱) دانسیته در تمام میدان جریان ثابت است. در این صورت معادله پیوستگی به صورت

زیر در می آید:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{q} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (8-9)$$

مثال این حالت، جریان آب بدون وجود گرادیان دما و غلظت می باشد. در این صورت سیال

را همگن می گویند.

۲) دانسیته هر ذره مشخص از سیال ثابت می ماند، اما سیال با دانسیته های مختلف وجود

دارد. مانند جریان آب و روغن در کنار هم، بطوریکه با یکدیگر مخلوط نمی شوند. مثال دیگری

برای این حالت جریانهای اقیانوس می باشد که دما و یا شوری آب متفاوت می باشد و طول

مقیاسها آنقدر بزرگ است که نفوذ جرم یا حرارت قابل صرفنظر کردن می باشد. در این حالتها

نیز معادله (۸-۹) حاکم است.

واضح است که در اتمسفر، دانسیته در جهت قائم در محدوده وسیعی تغییر می کند.

علاوه بر این دانسیته هوا در سطح زمین از نقطه ای به نقطه دیگر تغییر می کند. اما تغییرات

دانسیته در جهت افقی خیلی کوچکتر از تغییرات دانسیته در جهت قائم است.

سه معادله اولر (۸-۷) به همراه معادله پیوستگی تشکیل یک دستگاه معادله دیفرانسیل

جزئی غیر خطی را می دهند که با شکل حاضر دارای ارزش کمی می باشند. در حقیقت علاوه

بر پیچیدگی معادلات، تعداد مجهولات بیش از تعداد معادلات است که این امر خود حل مسئله را

غیر ممکن می سازد. روشهای مختلفی برای تغییر این معادلات به یک شکل قابل حل وجود دارد

که در زیر به آنها اشاره می گردد.

## ۱ - سیال با روتروپیک<sup>۱</sup>

معادلات (۸-۸) به همراه معادله پیوستگی چهار معادله می باشند که حاوی پنج متغیر  $\rho, w, p,$

$u, \rho,$  و  $v$  هستند. بنابر این می بایست یک معادله دیگر نیز بدست آوریم.

طبق تعریف، سیالی که در آن بین  $P$  و  $\rho$  یک رابطه تابعی صریح با هر شکلی وجود داشته

باشد. سیال باروتروپیک نامیده می شود. بعبارت دیگر:

$$\rho = \rho(P) \quad \text{یا} \quad P = P(\rho)$$

بعنوان مثال، سیالی که فقط فرآیندهای آیزنتروپیک را طی کند  $P = C \cdot \rho^\gamma$ ، باروتروپیک

خواهد بود.

اگر  $P = P(\rho)$  آنگاه خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{dP}{d\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{dP}{d\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{d\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

بنابر این:

$$\nabla \vec{P} = \frac{dP}{d\rho} \nabla \vec{\rho} \quad (۸-۱۰)$$

در سیال باروتروپیک سطوح فشار ثابت (سطوح ایزوبار) با سطوح دانسیته ثابت (سطوح

<sup>۱</sup>- The Barotropic Fluid

ایزوتر (موازی هستند. همچنین داریم:

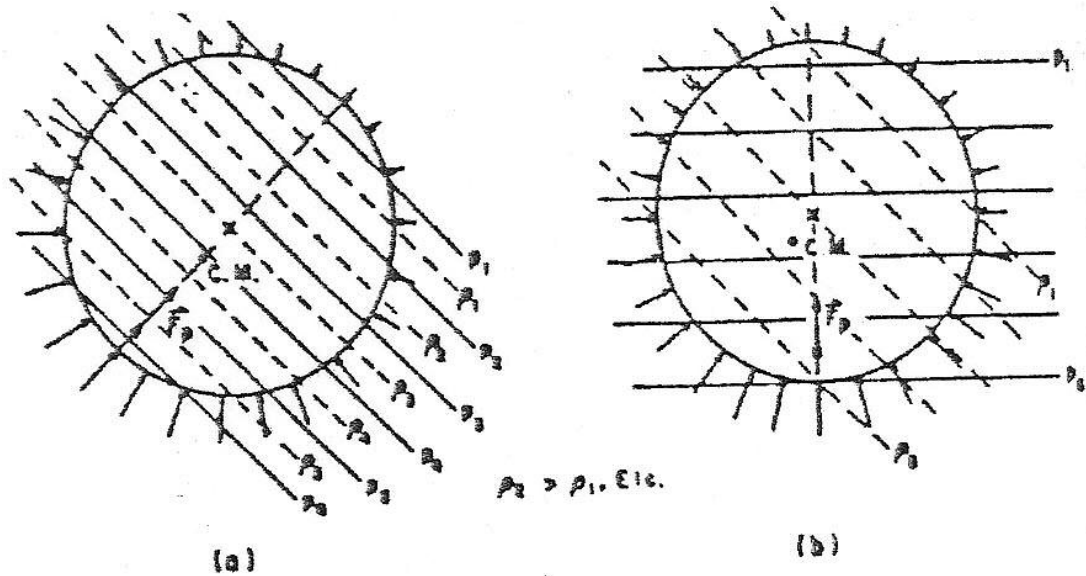
$$P = \rho RT \Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T}$$

$$\frac{1}{P} \vec{\nabla} P = \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \rho + \frac{1}{T} \vec{\nabla} T \quad (8-11)$$

بنابر این در سیال باروتروپیک سطوح هم دما نیز موازی سطوح هم فشار و هم دانسیته می باشند. یکی از خواص مهم سیال باروتروپیک در شکل (8-2a) نشان داده شده است. در یک جرم دایروی از سیال  $\vec{\nabla} P$  و  $\vec{\nabla} \rho$  موازی می باشند. در این حالت برآیند نیروی فشاری از مرکز جرم سیال می گذرد و هیچ گشتاوری به آن وارد نمی شود. در شکل (8-2b) یک سیال غیر باروتروپیک نشان داده شده است. در این حالت برآیند نیروهای فشاری از مرکز جرم سیال نمی گذرد و در نتیجه به آن گشتاور وارد می شود. به این نوع سیال باروکلینیک<sup>1</sup> می گویند. در این حالت سطوح هم فشار و هم دانسیته متقاطع می باشند.

در حالت عمومی می بایست اتمسفر را بصورت یک سیال باروکلینیک در نظر گرفت. اما در بعضی از نواحی اتمسفر هنگامی که اثرات گرمایش خورشیدی و تبادل حرارت با ابرها و قطرات باران قابل چشم پوشی باشند، می توان اتمسفر را بصورت باروتروپیک در نظر گرفت. اولین پیش بینی های تئوری موفق برای پدیده های آب و هوایی در مقیاس بزرگ بر اساس ساده سازی ناشی از فرض سیال باروتروپیک انجام گرفت.

1 - Baroclinic



شکل (۲-۸) : سیال باروتروپیک (a)

(b) سیال غیر باروتروپیک

## ۲- تقریب هیدرواستاتیک

اکنون بزرگی مقدار هر یک از عبارات موجود در معادله حرکت در مختصات صفحه مماس (معادلات (۷-۸)) مورد بررسی قرار می گیرند.

سرعت نوعی باد،  $U$ ، در ارتفاعهای متوسط  $15 \text{ m/Sec}$  می باشد (در مقابل  $1 \text{ m/Sec}$  یا  $100 \text{ m/Sec}$ ). مقیاس طول افقی،  $L$ ، نشان دهنده فاصله از مرکز ناحیه فشار بالا تا مرکز فشار پائین است (اندازه مقیاس سیستم فشار - باد مقیاس بزرگ) و مقدار آن  $1000 \text{ km}$  می باشد. مقیاس طول در جهت قائم،  $H_p$ ، ارتفاع تروپوسفر، حدود  $10 \text{ km}$  است.

بمنظور بدست آوردن تخمینی از مقدار مولفه قائم سرعت، معادله پیوستگی به شکل زیر

بیان می شود:

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\left(\frac{0.5 \rho_0 U}{L}\right)} + u \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial x}}_{\left(\frac{0.5 U \rho_0}{L}\right)} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \underbrace{\frac{\partial u}{\partial x}}_{\left(\frac{U}{\rho_0 L}\right)} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} = -w \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial z}}_{\left(\frac{\rho_0}{W H_v}\right)} - \rho \underbrace{\frac{\partial w}{\partial z}}_{\left(\frac{W}{\rho_0 H_v}\right)}$$

عبارت اول تغییر مقدار دانسیته در یک نقطه ثابت در نتیجه تغییر دما و فشار است. برای شرایط اتمسفر نمونه در نزدیکی سطح، تغییرات دانسیته اتمسفر حدود ۰.۵٪ می باشد. پریود زمانی که این تغییر رخ می دهد، عبارتست از مقیاس طول افقی تقسیم بر سرعت باد، بنابر این می توان نتیجه گرفت:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \approx \left( \frac{\Delta \rho}{\Delta t} \right)_{x,y,z} \approx \frac{0.5 \rho_0}{L/U} = \frac{0.5 \rho_0 U}{L}$$

و از آنجایی که گرادیان افقی دانسیته حدود ۰.۵٪ دانسیته در سطح متوسط دریا تقسیم بر مقیاس طول افقی می باشد:

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \approx U \left( \frac{0.5 \rho_0}{L} \right)$$

همچنین:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} \approx \rho_0 \left( \frac{U}{L} \right)$$

که مقدار این دو عبارت خیلی بزرگتر از مقدار بقیه عبارات در سمت چپ معادله است.

$$w \frac{\partial \rho}{\partial z} \approx W \frac{\Delta \rho}{\Delta z} \approx W \frac{\rho_0 - 0}{0 - H_v} = -W \frac{\rho_0}{H_v}$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial z} \approx \rho_0 \frac{W}{H_v}$$

عبارات سمت راست معادله پیوستگی حداکثر می توانند مقدار بزرگترین عبارات طرف دیگر

را دارا باشند، اگر چه ممکن است مقدار آنها کمتر از این حد نیز باشد. با توجه به این مطلب:

$$W \leq \frac{H_v}{L} U$$

و از آنجایی که  $\frac{H_v}{L} \approx 10^{-2}$ ، بنابراین واضح است که باد در جهت قائم می تواند حداکثر

سرعتی در حدود  $0.1 \text{ m/Sec}$  داشته باشد. البته باید توجه داشت که جهت فوق برای شرایط

طوفانی اتمسفر یا جریان هوا در نزدیکی کوهها صادق نمی باشد.

با توجه به نتایج فوق و بررسی معادله  $(\lambda - \gamma c)$ :

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g + u.f \text{ Cotg}\Phi$$

مقدار مشتق مادی  $w$  عبارت خواهد بود از ماکزیمم مقدار  $w$  تقسیم بر زمان لازم برای آنکه

یک ذره اتمسفر، طولی معادل ارتفاع اتمسفر را طی کند. یعنی:

$$\frac{Dw}{Dt} \approx \frac{W}{H_v/W} = \frac{W^2}{H_v} = 10^{-6} \text{ m/Sec}^2$$

همچنین:

$$u.f \text{ Cotg}\Phi \approx U.f \approx 10^{-7} \text{ m/Sec}^2$$

$$g \approx 10 \text{ m/Sec}^2$$

با توجه به مقادیر فوق، واضح است که دو عبارت  $\frac{Dw}{Dt}$  و  $u.f \text{ Cotg}\Phi$  قابل چشم پوشی

می باشند و گردایان فشار عمودی با شتاب جاذبه بالانس می شود. بنابراین معادله مومنتم در

جهت قائم به معادله هیدرواستاتیک تبدیل می شود. با توجه به اینکه:  $w \ll v$ ، می توان فرم



ساده شده معادله (۸-۷) را بصورت زیر نوشت:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + v \cdot f \quad (8-12a)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - u \cdot f \quad (8-12b)$$

$$g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (8-12c)$$

تقریب هیدرواستاتیک مخصوصاً از آن جهت حائز اهمیت است که امکان استفاده از

معادله هیدرواستاتیک را برای تحلیل مشاهدات بالهای هواشناسی فراهم می کند.

### ۳- تقریب جریان افقی

در قسمت قبل حد بالایی مقدار سرعت قائم  $0.1 \text{ m/Sec}$  تخمین زده شد. اگر مقدار سرعت

قائم در مقایسه با  $0.1 \text{ m/Sec}$  کوچک باشد، عبارتی مانند  $w \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)$  در مقایسه با  $u \frac{\partial u}{\partial x}$  و

$v \frac{\partial u}{\partial y}$  کوچک خواهد بود. بنابر این:

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \approx \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$$

گروه آخر که در آن عبارت  $w \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)$  حذف شده است بصورت  $\frac{D_h u}{Dt}$  نشان داده شده و

بطریق مشابه اگر  $W \ll 0.1 \text{ m/Sec}$  باشد، آنگاه  $w \frac{\partial v}{\partial z} \ll u \frac{\partial v}{\partial z}$  و:

$$\frac{Dv}{Dt} \approx \frac{D_h v}{Dt}$$

بنابر این معادلات (۸-۱۲) به صورت زیر در می آیند:

$$\frac{D_h u}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + f \cdot v$$

$$\frac{D_h v}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - f \cdot u \quad (۸-۱۳)$$

$$g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}$$

دو معادله اول را می توان به فرم برداری زیر نوشت:

$$\frac{D_h \vec{q}_h}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla_h P - \vec{f} \times \vec{q}_h \quad (۸-۱۴)$$

که در آن:

$$\vec{q}_h = u\hat{i} + v\hat{j} \quad ; \quad \vec{f} = f\hat{k}$$

توجه به این نکته مهم است که معادلات فوق بیان کننده  $w=0$  نمی باشند، بلکه عبارات حاوی  $w$  در مقایسه با بقیه عبارات جایجایی کوچک بوده و می توان از آنها در معادلات مومنتم افقی صرف نظر کرد. برای نشان دادن اینکه مولفه قائم سرعت کوچک بوده اما صفر نمی باشد، گاهی اوقات به این معادلات، معادلات شبه افقی می گویند.

تقریب جریان افقی برای نزدیکیهای نواحی صاف سطح زمین در هنگام شب که جریانهای القاء شده توسط گرمایش خورشیدی وجود ندارد، صادق است.

#### ۴- تقریب ژئوستروفیک

برای بررسی مقدار عبارات سمت چپ معادله (۸-۱۴)، می توان آنرا مطابق زیر نوشت:

$$\underbrace{\frac{\partial \vec{q}_h}{\partial t}}_{\left(\frac{U^*}{L}\right)} + u \underbrace{\frac{\partial \vec{q}_h}{\partial x}}_{\left(\frac{U^*}{L}\right)} + v \underbrace{\frac{\partial \vec{q}_h}{\partial y}}_{\left(\frac{U^*}{L}\right)} = -\frac{1}{\rho} \nabla_h \vec{p} - \underbrace{\vec{f} \times \vec{q}_h}_{(f.U)}$$

همانگونه که ملاحظه می گردد کلیه عبارات سمت چپ معادله متناظر با مقدار  $\frac{U^*}{L}$  و عبارت

$\vec{f} \times \vec{q}_h$  متناظر با  $f \cdot U$  می باشند. طبق تعریف عدد روسبای<sup>۱</sup> عبارتست از نسبت عبارتهای

شتاب جابجایی به شتاب کریولیس و مقدار عددی آن برابر  $\frac{U}{fL}$  می باشد. با توجه به مقادیر

نسبت داده شده تاکنون، عدد روسبای برای نواحی با عرض جغرافیایی متوسط یا زیاد تقریباً

$10^{-1}$  خواهد شد. بنابراین این می توان از شتاب نسبی ذرات سیال صرف نظر نمود. در این

حالت گرادیان فشار، نیروی کریولیس را بالانس خواهد کرد.

این شرایط را بالانس ژئوستروفیک می گویند و معادله حرکت مطابق زیر ساده خواهد

شد:

۱ - Rossby Number

$$\frac{1}{\rho} \nabla_h \vec{P} = - \vec{f} \times \vec{q}_G \quad (۸-۱۵)$$

بردار سرعت را در این شرایط، باد ژئوستروفیک،  $q_G$  می گویند. اگر طرفین رابطه فوق

در بردار  $\hat{k}$  ضرب خارجی شود:

$$\vec{q}_G = \frac{1}{f \cdot \rho} \hat{k} \times \nabla_h \vec{P} \quad (۸-۱۶)$$

در صورتیکه بالانس ژئوستروفیک بصورت  $\frac{Dq_h}{Dt} = 0$  تعبیر شود، آنگاه  $q_h$  از نظر

مقدار و جهت ثابت خواهد بود و خطوط جریان بصورت دایر بزرگ یعنی خطوط

ژئوستروفیک می شوند. این شرایط غیر واقعی بوده و مناسب تر است تا باد افقی بصورت

ترکیبی از دو مولفه بیان شود:

$$\vec{q}_h = \vec{q}_G + \vec{q}_A$$

که در آن  $\vec{q}_A$  باد آژئوستروفیک<sup>۱</sup> می باشد که ناشی از شتاب نسبی غیر صفر است.

در صورتیکه  $q_A \ll q_G$ ، آنگاه می توان گفت که شرائط بالانس ژئوستروفیک تقریباً

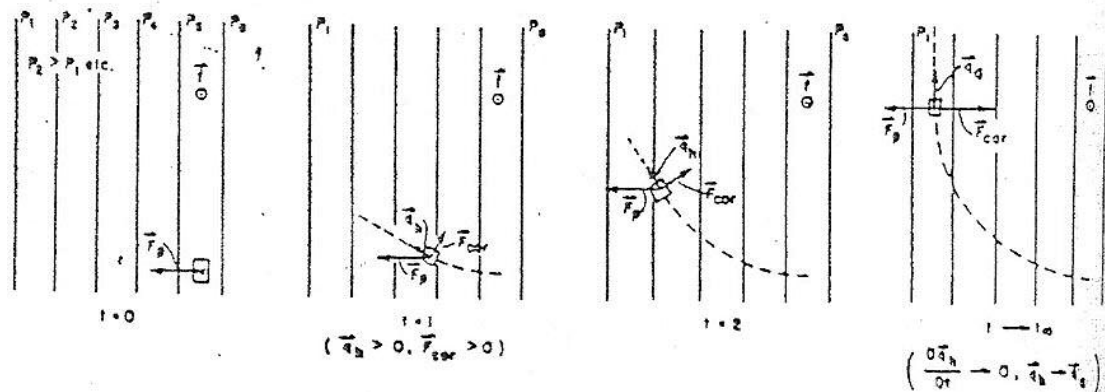
فراهم گردید و باد بصورت شبهه ژئوستروفیک توصیف می شود که معمولاً برای نواحی از

اتمسفر که نزدیک سطح زمین نباشد، تقریب مناسبی است.

برای درک بهتر شرایط بالانس ژئوستروفیک، یک موقعیت خیالی را در نظر بگیرید که در

۱ - Ageostrophic

آن حجم بزرگی از سیال در حال سکون در یک مختصات دوار در لحظه  $t=0$  موجود باشد. در این هنگام گرادیان فشاری بصورت لحظه ای اعمال می شود. حال حرکت یک ذره از سیال به کمک شکل (۸-۳) و با استفاده از معادله جریان افقی (معادله ۸-۱۴) تحلیل می شود. از آنجایی که در ابتدا سیال در حال سکون است، هیچ شتاب کریولیسی بوجود نیامده و شتاب ذره در امتداد گرادیان فشار می باشد. سپس سرعت ذره افزایش می یابد، تا حدی که مقدار شتاب کریولیس قابل ملاحظه می گردد. از آنجایی که گرادیان فشار ثابت است، شتاب ذره با افزایش عبارت  $\vec{f} \times \vec{q}_h$  ، کاهش می یابد. بنابر این در  $t=1$  شتاب کمی به سمت راست جهت نیروی فشاری  $\vec{F}_p$  موجود می باشد.



شکل (۸-۳): تحلیل حرکت یک ذره سیال با استفاده از معادله جریان افقی

در لحظه  $t=2$  نیروی کریولیس مقدار متوسطی داشته و عمود بر جهت حرکت می باشد. پس از سپری شدن مدت زمان زیادی، نیروی کریولیس آنقدر بزرگ می شود که تقریباً نیروی

فشاری رابالانس می کند. در این حال شتاب تقریباً به مقدار صفر کاهش می یابد. حرکت در جهت خطوط هم فشار بوده و شرائط ژئوستروفیک حاصل شده است. مقیاس زمانهای اتمسفری به اندازه کافی طولانی می باشند تا امکان بوجود آمدن شرائط ژئوستروفیک فراهم گردد. البته حوادث هواشناسی کوتاه مدت را باید از این بحث مستثنی نمود.

رابطه (۸-۱۶) نشان می دهد که در نیمکره شمالی جهت بردار باد چنان است که اگر مشاهده کننده پشت به باد بایستد، ناحیه کم فشار در سمت چپ او قرار می گیرد. این بیان به قانون بایز-بالوت<sup>۱</sup> شهرت دارد و از آن در کشتیرانی استفاده می شود.

#### ۸-۱-۲ - بایز-بالوت (هم‌نامی باد و فشار با مقیاس بزرگ)

حرکت اتمسفر در مقیاس بزرگ، ناشی از گرمایش غیر همگون زمین توسط خورشید می باشد. متوسط زوایای برخورد اشعه های خورشید در استوا عمود بر زمین و در قطبین تقریباً موازی سطح زمین است. این اختلاف گرمایش باعث جذب تشعشع در استوا می گردد که با از دست دادن تشعشع در قطبین بالانس می شود. اتمسفر زمین، این انرژی را توسط جریانهای با مقیاس بزرگ از استوا به قطبین منتقل می کند. در سطح زمین الگوهای جریان با مقیاس بزرگ را معمولاً با نواحی پرفشار، نواحی کم فشار و مناطق جبهه ای توصیف و می کنند.

قبلاً معادله باد ژئوستروفیک مطابق زیر بدست آمد:

$$\vec{q}_G = \frac{1}{f \cdot \rho} \hat{k} \times \nabla_h P$$

۱ - Buys-Ballot

در این حالت نیروهای کریولیس و فشاری تقریباً یکدیگر را خنثی کرده و ذرات سیال شتابی کسب نمی کنند. در عمل، خطوط همفشار معمولاً منحنی بوده و برای ایجاد انحراف از حرکت روی خط مستقیم، یک مولفه عرضی شتاب لازم است. اکنون سیستم فشاری را در نظر بگیرید که در آن خطوط هم فشار به صورت دایره هم مرکز باشند. همچنین فرض کنید که خطوط هم فشار بر خطوط جریان مشابه جریان ژئوستروفیک منطبق باشند. بنابر این یک مولفه شتاب به سمت مرکز سیستم فشار می باشد. معادله حرکت از مساوی قرار دادن شتاب جانب به مرکز با مجموع نیروهای فشاری و کریولیس بدست می آید:

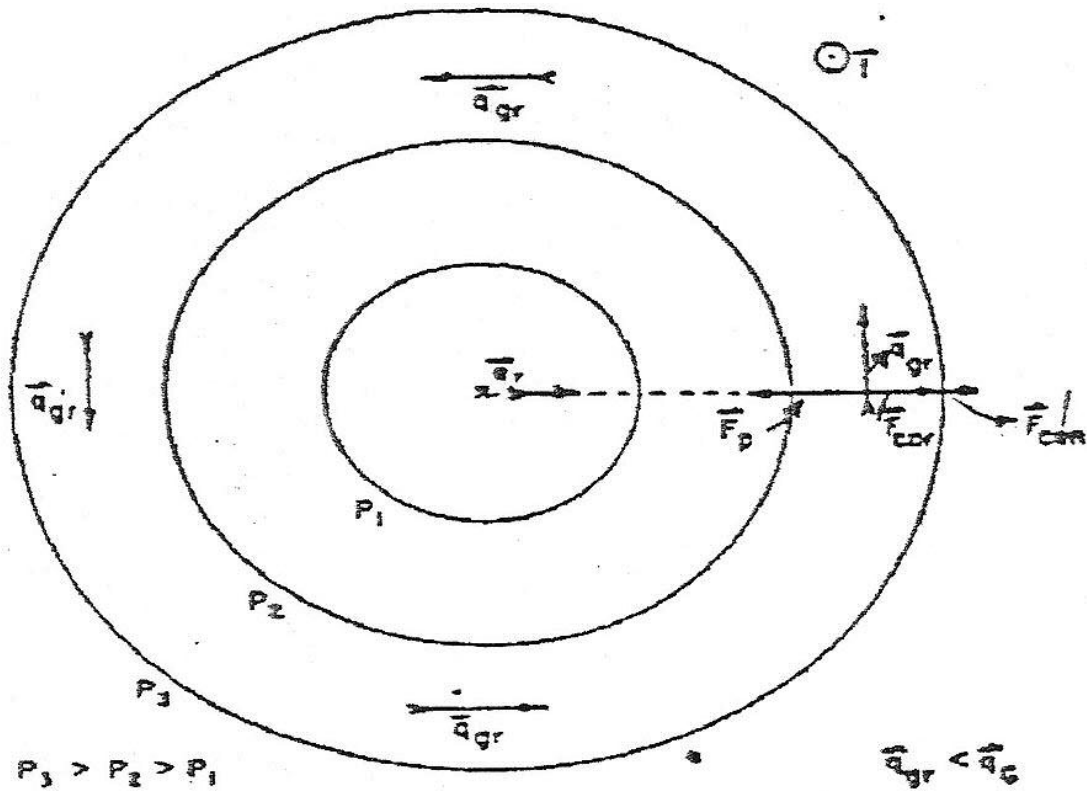
$$-\frac{q_{gr}^2}{r} \hat{e}_r = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \hat{e}_r - \vec{f} \times \vec{q}_{gr} \quad (۸-۱۷)$$

که در آن  $\hat{e}_r$  بطور شعاعی به سمت خارج از مرکز اشاره می کند و  $q_{gr}$  عبارتست از باد گرادیان که تحت این شرایط بوجود می آید.

از آنجایی که در این معادله عبارات جابجایی غایب می باشند، عدد روسبای جریان، کوچک می باشد حتی با وجود اینکه سیال به سمت مرکز، دارای شتاب است.

### ۱- سیستم کم فشار (سیکلون)

فرض کنید که جهت جریان خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت حول مرکز یک سیستم فشار باشد. اگر چه سطوح همفشار اتمسفر هرگز مانند دایره نشان داده شده در شکل (۸-۴) نمی باشند، بحث ارائه شده در زیر را در عمل می توان بکار برد، مشروط برآنکه از شعاع انحنای محلی خطوط هم فشار واقعی استفاده شود.



شکل (۸-۴): وضعیت جهت جریان حول مرکز یک سیستم فشار

در نیمکره شمالی  $\vec{f}$  به طور قائم به سمت بالا می باشد و نیروی کریولیس به طور شعاعی به سمت خارج بوده و در جهت خلاف نیروی فشاری می باشد. در این حالت ناحیه کم فشار در مرکز قرار گرفته و فشار بطور شعاعی افزایش می یابد و شبیه نیروی گریز از مرکز که ناشی از شتاب جانبی به مرکز می باشد، به سمت خارج است. بنابراین:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = f q_{gr} + \frac{q_{gr}^2}{r} \quad (۸-۱۸)$$

این سیستم باد-فشار که در آن نیروهای کریولیس و گریز از مرکز یکدیگر را تقویت می کنند، سیستم "سیکلونی" نامیده می شود. جهت دوران مثبت و



هم جهت با دوران زمین می باشد. واضح است که ورتیسیتی نسبی مثبت بوده و با ورتیسیتی ناشی از دوران زمین جمع می شود تا ورتیسیتی مطلق نسبتاً بزرگی را بدست دهد ( $1/Sec$   $10^{-5}$  الی  $12 + f$ ). رابطه (۸-۱۸) را بر حسب باد گرادیان مطابق زیر می توان نوشت:

$$q_{gr} = \sqrt{\left(\frac{f.r}{2}\right)^2 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}} - \frac{f.r}{2} \quad (8-19)$$

که در آن  $V_{max}$  چنین تعریف می شود:

$$V_{max} = \frac{f.r}{2}$$

مقدار باد ژئوستروفیک از رابطه زیر بدست می آید (در رابطه (۸-۱۸) در فواصل شعاعی

$$\text{بزرگ، } \left(\frac{q_{gr}}{r} \rightarrow 0\right):$$

$$q_G = \frac{1}{f \cdot \rho} \frac{\partial P}{\partial r}$$

بنابر این می توان رابطه (۸-۱۹) را مطابق زیر نوشت:

$$q_{gr} = V_{max} \left( \sqrt{1 + \frac{2q_G}{V_{max}} - 1} \right) \quad (8-20)$$

در صورتیکه  $q_G \ll V_{max}$  باشد (این حالت می تواند ناشی از گرادیان فشار ضعیف یا

شعاع انحنای بزرگ خطوط هم فشار باشد)، می توان معادله (۸-۲۰) را ساده نمود. در این رابطه

فقط با استفاده از سه ترم بسط بینم رادیکال نتیجه می شود:

$$q_{gr} = q_G \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{q_G}{V_{max}} \right) \quad \text{اگر} \quad q_G \ll V_{max} \quad (8-21)$$

## ۲- سیستم پر فشار ( ضد سیکلون )

در صورتیکه جهت باد موافق جهت عقربه های ساعت باشد، آنگاه در نیمکره شمالی نیروی کریولیس به سمت داخل خواهد بود. در این مورد نیز گردایان فشار با نیروی کریولیس مخالفت کرده، بنابر این ناحیه پرفشار در مرکز قرار دارد و بطور شعاعی فشار کاهش می یابد. این سیستم فشار را "ضد سیکلون" می گویند.

در این حالت بالانس نیروها به شکل زیر می باشد:

$$f \cdot q_{gr} = \frac{q_{gr}^2}{r} + \frac{1}{\rho} \left| \frac{\partial P}{\partial r} \right| \quad (8-22)$$

از آنجایی که گردایان فشار منفی می باشد، قدر مطلق آن بکار برده می شود تا بتوان عبارت حاوی آنرا با علامت مثبت هم علامت با نیروی گریز از مرکز در نظر گرفت.

$$q_{gr} = \frac{fr}{2} - \sqrt{\left( \frac{fr}{2} \right)^2 - \frac{r}{\rho} \left| \frac{\partial P}{\partial r} \right|} \quad (8-23)$$

$$q_{gr} = V_{max} \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \frac{q_G}{V_{max}}} \right) \quad (8-24)$$

جهت چرخش اتمسفر در حالت ضد سیکلون، خلاف جهت چرخش زمین است و ورتیسیتی

نسبی دارای علامت متضاد با ورتیسیتی ناشی از زمین،  $f$ ، می باشد. بنابر این ورتیسیتی مطلق

مثبت بوده، اما مقدارش در مقایسه با ورتیسیتی مطلق ناشی از سیستم فشار سیکلون کمتر می باشد ( $1/Sec$   $6 \times 10^{-5}$  الی  $2 \approx \xi + f$ ). در مواردی که گرادیان فشار ضعیف بوده یا شعاع انحنای سطوح هم فشار خیلی بزرگ باشد، می توان رابطه (۴۵-۵) را بصورت زیر نوشت:

$$q_{gr} \approx q_G \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{q_G}{V_{max}} \right) \quad \text{اگر} \quad q_G \ll V_{max}$$

این رابطه در مقایسه با رابطه مشابه برای سیکلون دارای کاربرد بیشتری است، زیرا گرادیان فشار ضد سیکلونها عموماً ضعیف تر بوده و سطوح هم فشار آنها بندرت دارای انحنای زیاد می باشند.

### ۳- تفاوت‌های دیگر میان سیستم‌های فشاری سیکلون و ضد سیکلون

یک تفاوت مهم میان سیستم های فشار سیکلونی و ضد سیکلونی، آنست که همیشه بادهای شدید در سیکلونها رخ می دهند. طوفانها و گردبادها، مثالهایی از سیستمهای سیکلون کم فشار می باشند که در آنها سرعت باد مخرب است. از طرف دیگر ضد سیکلونها معمولاً با بادهای ملایم و متوسط همراه است.

تفاوت مهم دیگر میان دو سیستم باد، جهت جریان القاء شده توسط گرادیان فشاری است. این جریان پیش از آنکه نیروی کریولیس به اندازه کافی رشد کند که بتواند نیروی فشاری را بالانس نماید، القاء می گردد. در سیستم های کم فشار، جریان تمایل دارد که در ابتدا به سمت مرکز سیستم فشار حرکت کند. این حالت باعث همگرایی  $\left( \vec{\nabla}_h \cdot \vec{q}_h < 0 \right)$  و حرکت به سمت بالا  $(w > 0)$  در مرکز سیکلون می گردد. سرمایش اتمسفر ناشی از حرکت به سمت بالا باعث می

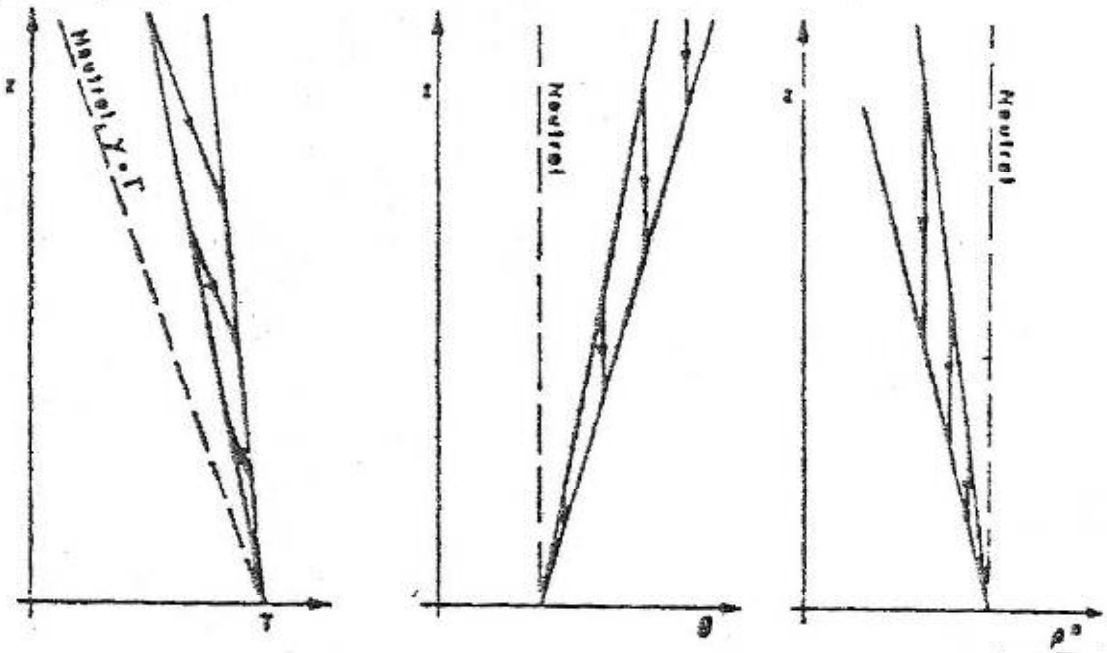
شود که هوای مرطوب ایجاد بارش نماید. از طرف دیگر در آنتی سیکلون، گرادیان فشار، تولید یک مولفه کوچک سرعت به سمت خارج می کند که باعث ایجاد واگرایی  $\left(\vec{\nabla}_h \cdot \vec{q}_h > 0\right)$  و حرکت به سمت پائین در مرکز آنتی سیکلون می شود. حرکت به سمت پائین که فرونشینی نامیده می شود، منجر به کاهش رطوبت نسبی هوا بر اثر گرم شدن ناشی از تراکم هوای در حال حرکت به سمت سطوح پرفشارتر، می گردد.

فرونشینی ناشی از سیستم آنتی سیکلون، تأثیر مهمی بر روی نرخ افت دما با ارتفاع دارد. با پایین آمدن هر ذره در سیستم آنتی سیکلون، ذره بطور آدیاباتیکی گرم می شود. مقدار افزایش دما عبارتست از اختلاف ارتفاع ضرب در نرخ افت دمای آدیاباتیکی  $\Gamma(z_2 - z_1)$  اگر نرخ کاهش دما، زیر آدیاباتیکی باشد، که معمولاً چنین است، فرونشینی باعث کاهش نرخ افت دما شده و تمایل دارد که حالت زیر آدیاباتیکی قویتری را بوجود آورد (شکل ۵-۸).

این اثر را در پروفیل درجه حرارت پتانسیل نیز می توان مشاهده نمود. هنگامی که نرخ افت دما زیر آدیاباتیکی باشد، آنگاه درجه حرارت پتانسیل با ارتفاع افزایش می یابد. پائین آمدن ذرات هوا باعث تغییر درجه حرارت پتانسیل آنها می شود، زیرا تراکم بصورت تحول آدیاباتیکی صورت می گیرد. در نتیجه  $\frac{d\theta}{dz}$  که کمی مثبت باشد بزرگتر می شود.

ملاحظه می گردد که فرونشینی ناشی از سیستم آنتی سیکلون، تمایل به افزایش پایداری اتمسفر دارد. وارونگی دمایی که ممکن است بر اثر سیستم آنتی سیکلون بوجود آید را وارونگی فرونشینی می گویند. تجربه نشان داده است که شدیدترین دوره های آلودگی هوا هنگامی رخ

می دهد که یک سیستم آنتی سیکلون با گرادیان دمای متوسط از روی مناطق پرجمعیت به آرامی عبور کند.



شکل (۸-۵): تغییرات نرخ افت دما با ارتفاع

از طرف دیگر حرکت هوا به سمت بالا، در سیستم سیکلون تمایل دارد که نرخ افت دما را به حالت تعادل خنثی نزدیک کند. بنابر این کاهش پایداری اتمسفر و حرکت هوا به سمت بالا، موجب می گردد که مواد آلاینده در این سیستم فشاری بسیار سریعتر پراکنده شوند.